

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Уфимский государственный авиационный технический университет»**

Кафедра механики и цифрового проектирования

ДИНАМИКА МАШИН И ОСНОВЫ ВИБРОЗАЩИТЫ

**Лабораторный практикум
по дисциплине «Теоретическая механика»**



Уфа 2022

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Уфимский государственный авиационный технический университет»

Кафедра механики и цифрового проектирования

ДИНАМИКА МАШИН И ОСНОВЫ ВИБРОЗАЩИТЫ

Лабораторный практикум
по дисциплине «Теоретическая механика»

Учебное электронное издание сетевого доступа

© УГАТУ

Уфа 2022

Авторы-составители: И. В. Пучкова, Г. А. Иванова, М. О. Митягина

Динамика машин и основы виброзащиты : лабораторный практикум по дисциплине «Теоретическая механика» [Электронный ресурс] / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т ; [авт.-сост. : И. В. Пучкова, Г. А. Иванова, М. О. Митягина]. – Уфа : УГАТУ, 2022. – URL: https://www.ugatu.su/media/uploads/MainSite/Ob%20universitete/Izdateli/El_izd/2022-161.pdf

Цель лабораторного практикума – ознакомление с задачей виброзащиты, основными понятиями и теоретическими положениями для ее решения, формирование практических навыков работы.

Предназначен для студентов, обучающихся по направлениям подготовки специалистов 24.05.02 Проектирование авиационных и ракетных двигателей и бакалавров 15.03.03 Прикладная механика.

Рецензент канд. техн. наук, доц. А. Н. Ермоленко

При подготовке электронного издания использовались следующие программные средства:

- Adobe Acrobat – текстовый редактор;
- Microsoft Word – текстовый редактор.

Авторы-составители: *Пучкова Ирина Владимировна*
Иванова Галина Алексеевна
Митягина Мария Олеговна

Редактирование и верстка *Р. М. Мухамадиева*
Программирование и компьютерный дизайн *О. М. Толкачёва*

Все права защищены. Книга или любая ее часть не может быть скопирована, воспроизведена в электронной или механической форме, в виде фотокопии, записи в память ЭВМ, репродукции или каким-либо иным способом, а также использована в любой информационной системе без получения разрешения от издателя. Копирование, воспроизведение и иное использование книги или ее части без согласия издателя является незаконным и влечет уголовную, административную и гражданскую ответственность.

Подписано к использованию: 04.08.2022
Объем: 2,36 Мб.

ФГБОУ ВО «Уфимский государственный авиационный технический университет»
450008, Уфа, ул. К. Маркса, 12.
Тел.: +7-908-35-05-007
e-mail: rik@ugatu.su

ВВЕДЕНИЕ

Колебания – достаточно распространенный вид движения, основой которых является знакопеременное перемещение механических систем.

Колебания полезны в тех случаях, когда действие машин и их частей основано на колебательных эффектах.

С другой стороны, колебания способны передаваться прилегающим звеньям и конструкциям, нарушая законы движения и запланированный ход работы последних. Из-за вибраций увеличиваются динамические нагрузки в элементах конструкций, в результате чего возникает их разрушение.

Специалистам многих отраслей промышленного производства, а также занятым в сферах эксплуатации и ремонта оборудования приходится сталкиваться с необходимостью борьбы с вибрацией.

Основная цель исследования вибрационных процессов заключается в выявлении причинно-следственных зависимостей, направленных на повышение эффективности и безопасности работы оборудования. Методы вибрационной защиты включают расчетно-теоретические и конструктивно-экспериментальные решения.

Выполнение приведенных в практикуме лабораторных работ позволит студентам:

- овладеть основными теоретическими положениями и получить представление о способах виброзащиты;
- изучить методы построения и исследования математических моделей движения механических систем;
- овладеть навыками выполнения эксперимента по заданной методике, обрабатывать, представлять и докладывать результаты эксперимента;
- научиться принимать профессиональные решения на базе комплекса данных о свойствах машин и механизмов.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ИЗУЧЕНИЕ СВОБОДНЫХ И ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ТЕЛА

1. Цель лабораторной работы:

1.1. Изучение свободных и вынужденных колебаний.

1.2. Определение основных характеристик колебательного движения.

1.3. Построение резонансных кривых для различных пружин с различными грузами и анализ этих кривых.

2. Задачи лабораторной работы:

2.1. Приобретение практических навыков по определению круговой частоты (k) собственных колебаний, жесткости пружины (c).

2.2. Овладение методиками экспериментального исследования и обработки полученных результатов.

3. Описание установки и правила пользования

В комплект прибора входят: установка, набор пружин № 1–2 штуки, № 2–1 штука и грузы 0,5 Н, 1 Н, 2 Н, 5 Н.

На рис. 1.1. приведена схема установки.

Все узлы и детали смонтированы на чугунном основании 1 и стойке 2. Электродвигатель 3 установлен на стойке 2 за редуктором 11.

Для определения величины статического прогиба и амплитуды колебаний вдоль стойки 2 закреплена шкала 4 с миллиметровыми делениями.

Вращением рукоятки регулятора оборотов 5 можно плавно изменять угловую скорость вращения вала электродвигателя.

Набор пружин 10 для испытания состоит из двух пружин, свитых из проволоки одинаковой толщины, одинакового диаметра, но имеющих различное число витков. К концам пружин крепится груз 9 из набора (по заданию преподавателя).

Для создания правильного направления при колебаниях пружин в траверсы с грузами добавлены проволочные петли, которые удерживают груз во время колебаний внутри двух проволочных направляющих 7. Втулки 8 служат для фиксации максимального отклонения груза.

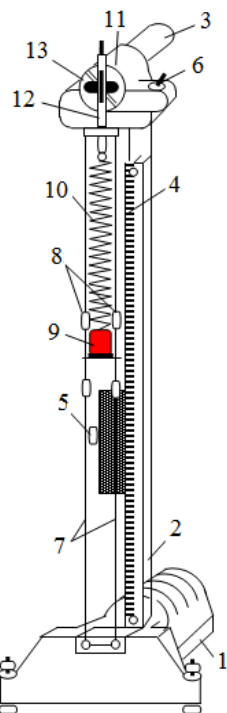


Рис. 1.1. Схема установки для изучения свободных и вынужденных колебаний

Перед началом работы направляющие должны занимать строго вертикальное положение. Для этой цели основание установки имеет регулируемые опоры. Вертикальность направляющих проверяется по отвесу.

Установка подключается к сети переменного тока с напряжением 220 В.

Пуск мотора осуществляется включением тумблера б.

Вынужденные колебания системы осуществляются от привода через червячный редуктор 11. На валу червячного колеса закреплен диск 13, в котором смонтирован кривошип (радиус кривошипа 0,0015 м), приводящий в возвратно-поступательное движение кулису 12. К кулисе крепится верхний конец исследуемой пружины.

4. Теоретическая часть

Уравнение свободных колебаний

На рис. 1.2 показана пружина AB , имеющая длину l_0 . К пружине подвешен груз весом G . Начало координат O выберем в положении статического равновесия.

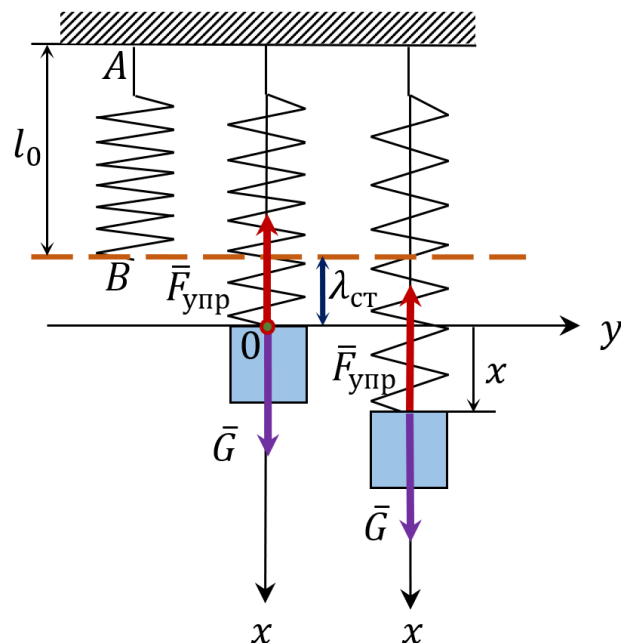


Рис. 1.2. Схема построения расчетной модели свободных колебаний

Это состояние описывается уравнением

$$G - F_{\text{упр}} = 0, \quad G = F_{\text{упр}} = c\lambda_{\text{ст}}, \quad (1.1)$$

где $F_{\text{упр}}$ – сила упругости пружины, Н; $\lambda_{\text{ст}}$ – статическая деформация (удлинение) пружины, м; c – жесткость пружины, Н.

Составим дифференциальное уравнение движения груза:

$$m\ddot{x} = G - F_{\text{упр}},$$

где

$$F_{\text{упр}} = c(\lambda_{\text{ст}} + x),$$

$$m\ddot{x} = G - c\lambda_{\text{ст}} - cx,$$

где x – координата груза на пружине в произвольном положении, м; $(\lambda_{\text{ст}} + x)$ – удлинение пружины, м.

Учитывая (1.1) и обозначив $\frac{c}{m} = k^2$, получаем дифференциальное уравнение свободных колебаний:

$$\ddot{x} + k^2x = 0. \quad (1.2)$$

Решение уравнения (1.2) имеет вид:

$$x = C_1 \cos(k t) + C_2 \sin(k t) \quad (1.3)$$

или

$$x = A \sin(kt + \alpha), \quad (1.4)$$

где постоянные интегрирования C_1 и C_2 , амплитуда A и начальная фаза колебаний α находятся из начальных условий. Круговая частота собственных колебаний

$$k = \sqrt{\frac{c}{m}} \quad (1.5)$$

или, учитывая (1.1)

$$k = \sqrt{\frac{g}{\lambda_{ст}}}. \quad (1.6)$$

Период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}}. \quad (1.7)$$

Уравнения вынужденных колебаний

Пусть верхний конец пружины (см. рис. 1.2) совершает гармонические колебания по закону

$$z = S \sin(pt), \quad (1.8)$$

где S – радиус кривошипа, м; p – круговая частота колебаний кулисы, рад/с.

Составим дифференциальное уравнение колебаний груза весом G в проекции на ось x , с началом, совпадающим с положением статического равновесия груза:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= G - F_{упр}, \\ F_{упр} &= c(\lambda_{ст} + x - z), \end{aligned}$$

где z – смещение верхнего конца пружины (точки A), м.

С учетом равенств (1.8) и (1.1) дифференциальное уравнение примет следующий вид:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= G - c(\lambda_{ст} + x - S \sin(pt)), \\ m\ddot{x} &= -cx + c S \sin(pt). \end{aligned} \quad (1.9)$$

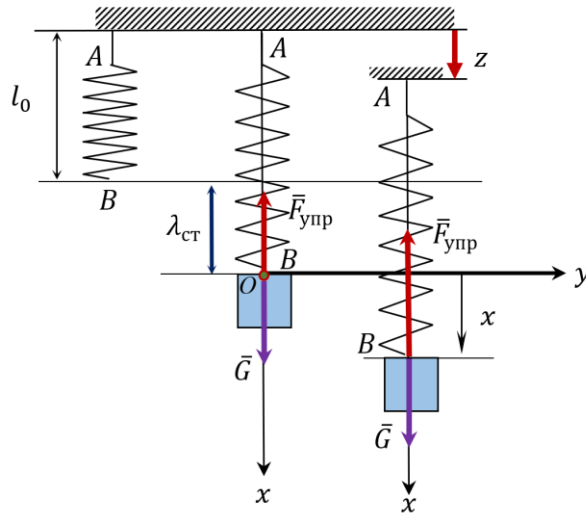


Рис. 1.3. Схема построения расчетной модели вынужденных колебаний

Полученное уравнение показывает, что наряду с силой упругости на груз действует возмущающая сила, которая изменяется по гармоническому закону.

Обозначив снова $\frac{c}{m} = k^2$, получим дифференциальное уравнение вынужденных колебаний

$$\ddot{x} + k^2x = k^2S \sin(pt). \quad (1.10)$$

Решение дифференциального уравнения (1.10) представляет собой сумму двух слагаемых:

$$x = x_1 + x_2,$$

где x_1 – общее решение однородного уравнения вида (1.2), x_2 – частное решение неоднородного уравнения.

Общее решение (1.3) однородного дифференциального уравнения показано выше. Частное решение можно представить в виде:

$$x_2 = \frac{k^2S}{k^2-p^2} \sin(pt) = B \sin(pt), \quad (1.11)$$

где B – амплитуда вынужденных колебаний, м.

В случае резонанса, если $k = p$, уравнение вынужденных колебаний груза относительно неподвижной стойки

$$x_2 = \frac{kSt}{2} \sin\left(kt - \frac{\pi}{2}\right) = B \sin\left(kt - \frac{\pi}{2}\right). \quad (1.12)$$

5. Порядок проведения экспериментов

Методы определения круговой частоты (k)

Первый способ (эксперимент 1)

Определение круговой частоты по формуле $k = \sqrt{\frac{g}{\lambda_{ст}}}$.

1. К кулисе подвешивается пружина № 1.
2. На шкале отмечается положение нижнего витка пружины (l_0).
3. К пружине подвешивается груз весом G_1 и определяется на шкале второе положение нижнего витка пружины (l_1).
4. Определяется удлинение $\lambda_{ст}$ пружины под действием груза.
5. К пружине № 1 последовательно подвешиваются грузы весом G_2 и G_3 и аналогично определяют $\lambda_{ст}$.
6. Данные заносятся в табл. 1.1 для подсчета круговой частоты k .

Таблица 1.1

Результаты измерений и расчетов

				Эксперимент 1			Эксперимент 2			Эксперимент 3					
№ п/п	№ пружины	Число витков	l_0	l_1	$\lambda_{ст}$	G	$k = \sqrt{\frac{g}{\lambda_{ст}}}$	t_{10}	$T = \frac{t_{10}}{10}$	$k = \frac{2\pi}{T}$	t_{10}	$T = \frac{t_{10}}{10}$	$p = k$	$k_{ср}$	$c = \frac{G}{\lambda_{ст}}$

Второй способ (эксперимент 2)

Определение круговой частоты по формуле $k = \frac{2\pi}{T}$.

1. Груз отклоняют вручную в нижнее положение.
2. Секундомером определяется время 10 колебаний груза, тогда период вычисляют по формуле

$$T = \frac{\text{время колебаний}}{\text{число колебаний}} = \frac{t_{10}}{10}.$$

3. Данные заносятся в табл. 1.1 для определения круговой частоты k .

Третий способ (эксперимент 3)

Данный способ основан на явлении резонанса.

1. Производится включение двигателя, как описывалось выше.
2. Сдвигом рукоятки регулятора оборотов вверх увеличивается частота вынужденных колебаний p пружины с грузом до тех пор, пока пружина не будет отклоняться на максимальную амплитуду (B).
3. С помощью секундомера определяется $p = k$.
4. Данные заносятся в табл. 1.1 для определения круговой частоты k .

Жесткость пружины равна

$$c = \frac{G}{\lambda_{ст}}$$

Построение резонансных кривых (эксперимент 4)

1. Включается электродвигатель.
2. Сдвигом рукоятки вверх увеличивается частота вынужденных колебаний p . Берется минимум 7 точек:
 - три точки при $\frac{p}{k} < 1$;
 - одна точка при $\frac{p}{k} = 1$;
 - три точки при $\frac{p}{k} > 1$.
3. Строится график

$$\frac{B}{b_0} = f\left(\frac{p}{k}\right) \text{ или } \frac{B}{b_0} = \frac{1}{\left|1 - \left(\frac{p}{k}\right)^2\right|},$$

где b_0 – статическое отклонение точки под действием амплитуды возмущающей силы, м.

В нашем случае $b_0 = S$, откуда

при $p \neq k$

$$B = \frac{k^2 S}{p^2 - k^2}, \text{ если } (p > k);$$

при $p = k$

$$B = \frac{kSt}{2}.$$

$$B = \frac{k^2 S}{k^2 - p^2}, \text{ если } (p < k);$$

где S – радиус кривошипа, равный 0,0015 м.

4. Результаты эксперимента представить в виде таблицы для построения резонансной кривой.

Значения p определяются с помощью секундомера. Значения B рассчитываются по формулам. Поочередно, подвешивая пружины № 1 и № 2, проводят исследование согласно эксперименту 4. Полученные экспериментальные кривые сопоставить с теоретическими данными.

6. Содержание и оформление отчета

1. Название работы.
2. Цель работы.
3. Краткие теоретические сведения.
4. Заполненные таблицы и графики.
5. Выводы по работе.

Контрольные вопросы

1. Под действием какой силы совершаются свободные колебания материальной точки?
2. Какой вид имеет дифференциальное уравнение свободных колебаний?
3. От каких факторов зависят частота и период свободных колебаний?
4. От каких факторов зависят амплитуда и начальная фаза свободных колебаний?
5. Как связаны между собой период и круговая частота?
6. Как выглядит график свободных колебаний?
7. Что такое статическая деформация пружины?
8. Как влияет увеличение силы тяжести на свободные колебания?
9. Как изменяется период колебаний с изменением коэффициента жесткости пружины?
10. Какой вид имеет дифференциальное уравнение вынужденных колебаний?
11. Что называется резонансом?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ДИНАМИЧЕСКОГО ГАШЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ

1. Цель лабораторной работы:

Демонстрация и проверка законов динамического гашения.

2. Задачи лабораторной работы:

2.1. Приобретение практических навыков по демонстрации законов динамического гашения.

2.2. Овладение методиками экспериментального исследования и обработки полученных результатов.

3. Описание установки и правила пользования

Установка и правила ее пользования приведены в лабораторной работе № 1 «Изучение свободных и вынужденных колебаний тела».

4. Теоретическая часть

Для понимания динамического гашения колебаний рассмотрим систему из двух грузов весом G_1 , G_2 и двух пружин, имеющих жесткости c_1 , c_2 и недеформированные длины l_{01} , l_{02} (рис. 2.1). Точки O_1 , O_2 – концы первой и второй пружин в положении статического равновесия грузов; $\lambda_{1ст}$, $\lambda_{2ст}$ – статическое удлинение пружин под действием грузов, м.

Слева показана система в состоянии равновесия, при этом

$$F_{1ст} = G_1 + G_2 = c_1 \lambda_{1ст}, \quad F_{2ст} = G_2 = c_2 \lambda_{2ст}. \quad (2.1)$$

Пусть верхний конец первой пружины совершает колебания по закону

$$z = S \sin(pt). \quad (2.2)$$

Справа показано положение системы в произвольный момент. Положения грузов G_1 и G_2 в неподвижной системе координат будем определять координатами x_1 и x_2 , отсчитывая их из положения статического равновесия (точки O_1 и O_2).

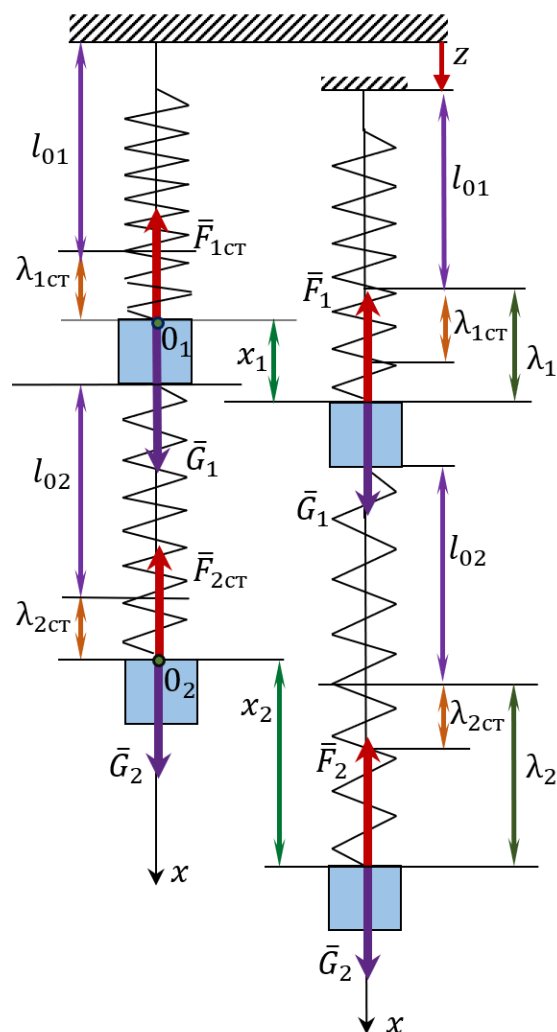


Рис. 2.1. Схема для изучения законов динамического гашения колебаний

Тогда силы упругости пружин равны

$$F_1 = c_1 \lambda_1 = c_1 (x_1 + \lambda_{1ст} - z), \quad F_2 = c_2 \lambda_2 = c_2 (x_2 + \lambda_{2ст} - x_1). \quad (2.3)$$

Составим дифференциальные уравнения движения грузов

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 = G_1 + F_2 - F_1, \\ m_2 \ddot{x}_2 = G_2 - F_2. \end{cases} \quad (2.4)$$

Подставив значение F_1 и F_2 из (2.3), получим

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 = G_1 + c_2 (x_2 + \lambda_{2ст} - x_1) - c_1 (x_1 + \lambda_{1ст} - z), \\ m_2 \ddot{x}_2 = G_2 - c_2 (x_2 + \lambda_{2ст} - x_1). \end{cases}$$

Учитывая (4.1) и (4.2), получим

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + \frac{c_1+c_2}{m_1} \cdot x_1 - \frac{c_2}{m_1} \cdot x_2 = \frac{c_1}{m_1} \cdot S \sin(pt), \\ \ddot{x}_2 + k_2^2 x_2 - k_2^2 x_1 = 0, \end{cases} \quad (2.5)$$

где $k_2^2 = \frac{c_2}{m_2}$.

Частное решение этих уравнений можно взять в виде

$$\begin{cases} x_1 = B_1 \sin(pt), \\ x_2 = B_2 \sin(pt). \end{cases} \quad (2.6)$$

Чтобы получить амплитуды B_1 и B_2 , подставим (2.6) в уравнения (2.5) и найдем

$$\begin{cases} \left(\frac{c_1+c_2}{m_1} - p^2 \right) \cdot B_1 - \frac{c_2}{m_1} \cdot B_2 = \frac{c_1}{m_1} \cdot S, \\ (k_2^2 - p^2) \cdot B_2 - k_1^2 B_1 = 0. \end{cases} \quad (2.7)$$

Уравнения (2.7) дают для B_1 и B_2 следующие значения:

$$B_1 = \frac{(k_2^2 - p^2) c_1 S}{(k_2^2 - p^2)(c_1 + c_2 - m_1 p^2) - c_2 k_2^2}, \quad (2.8)$$

$$B_2 = \frac{k_2^2 S c_1}{(k_2^2 - p^2)(c_1 + c_2 - m_1 p^2) - c_2 k_2^2}. \quad (2.9)$$

При этих значениях B_1 и B_2 выражения (2.6) удовлетворяют уравнениям (2.5) для любого значения времени. Мы видим, что выражения (2.6) представляют собой простые гармонические движения грузов G_1 и G_2 с круговой частотой p возмущающей силы, вызывающей движение.

Амплитуды B_1 и B_2 зависят от значения частоты p . **Большой практический интерес имеет случай, когда $p = k_2$, т. е. частота возмущающей силы совпадает с частотой собственных колебаний отдельно взятой второй части системы. При этом $B_1 = 0$, т. е. первый груз не колеблется, а $B_2 = S$ (при $c_1 = c_2$).**

Хотя возмущающая сила действует на груз G_1 , она вызывает колебания только груза G_2 . Такая дополнительная система, состоящая из груза G_2 и пружины, называется **динамическим гасителем колебаний**.

5. Порядок проведения экспериментов

Демонстрация и проверка законов динамического гашения

5.1. К закрепленной пружине с грузом (m_1 – **объект виброгашения**) подвешиваются поочередно динамические гасители с цилиндрической пружинкой.

5.2. Включив электродвигатель, увеличивают частоту вынужденных колебаний p до тех пор, пока груз основной пружины перестанет совершать колебания совсем или колебания будут весьма малы. При этом верхняя часть пружины, а также пружина динамического гасителя будут продолжать колебания.

5.3. Рассчитав частоту собственных колебаний динамических гасителей и измерив в эксперименте частоту вынужденных колебаний в этом положении, сравнить результаты.

5.4. Данные заносятся в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Результаты измерений и расчетов

Динамический гаситель пружина № 2, число витков 21, $c_2 = 32,2$ Н/м				Объект виброгашения пружина № 1, число витков 21, $c_1 = 32,2$ Н/м					
				$G_1 = 3$ Н			$G_1 = 5$ Н		
№ п/п	G_2 , Н	m_2 , кг	$k_2 = \sqrt{\frac{c_2}{m_2}}$	t_{10}	$T = \frac{t_{10}}{10}$	$p_{экс} = \frac{2\pi}{T}$	t_{10}	$T = \frac{t_{10}}{10}$	$p_{экс} = \frac{2\pi}{T}$
1	2								
2	3								
3	4								

Методы определения частоты вынужденных колебаний (p)

Частота вынужденных колебаний определяется по формуле

$$p = \frac{2\pi}{T}$$

Секундомером определяется время 10 колебаний верхней части пружины (или второго груза – гасителя), тогда период вычисляют по формуле

$$T = \frac{\text{время колебаний}}{\text{число колебаний}} = \frac{t_{10}}{10}.$$

6. Содержание и оформление отчета

1. Название работы.
2. Цель работы.
3. Краткие теоретические сведения.
4. Порядок выполнения и результаты привести в таблице.
5. Выводы по работе.

Контрольные вопросы

1. Что называют динамическим гасителем?
2. Что называют объектом виброгашения?
3. При каком условии объект виброгашения перестанет совершать колебания?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ ОПОРНЫХ ПОДШИПНИКОВ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ТЕЛА

1. Цели лабораторной работы:

1.1. Демонстрация статической и динамической уравновешенности ротора.

1.2. Демонстрация статической и динамической неуравновешенности ротора.

1.3. Экспериментальное определение динамических реакций опорных подшипников ротора в случае его статической неуравновешенности.

1.4. Экспериментальное определение динамических реакций опорных подшипников ротора в случае его динамической неуравновешенности.

2. Задачи лабораторной работы:

2.1. Приобретение практических навыков по демонстрации статической и динамической уравновешенности и неуравновешенности ротора.

2.2. Приобретение практических навыков по определению динамических реакций опор ротора в случаях его статической и динамической неуравновешенности.

2.3. Овладение методиками экспериментального исследования и обработки полученных результатов.

3. Теоретическая часть

Ротор и реакции опор ротора

Ротор – это твердое тело неизменяемой формы, которое может вращаться с угловой скоростью ω и угловым ускорением ε вокруг своей оси. Примеры: турбина, компрессор в авиадвигателе, коленчатый вал в двигателе внутреннего сгорания, гироскоп, центрифуга и т. д.

Ротор может быть нагружен некоторой системой сил: сила тяжести ротора, силы давления воздуха на лопатки компрессора, электромагнитные силы, действующие на обмотки ротора электродвигателя и т. д.

Реакции опор A и B , вызываемые такими силами, называются **статическими реакциями** независимо от того, вращается ротор или нет.

Если ротор вращается, то каждая его частица имеет ускорение и, следовательно, силу инерции. Система сил инерции частиц ротора также создает реакции опор, которые называются **динамическими реакциями**. Такое название связано с тем, что эти реакции вызваны движением, то есть динамикой ротора.

Векторная сумма статической и динамической реакций на каждой опоре дает так называемые **полные реакции опор**.

Дисбаланс

В курсе теоретической механики доказывается, что тело любой формы имеет как минимум три главных центральных оси инерции. **Главная центральная ось инерции (ГЦОИ)** – прямая, проходящая через центр масс тела и обладающая тем свойством, что при вращении тела вокруг нее не возникают динамические реакции опор. Если тело имеет ось геометрической симметрии, то она одновременно является ГЦОИ. Например, ось однородного диска, проходящая через его центр перпендикулярно его плоскости, является ГЦОИ. В случае, когда ГЦОИ параллельна оси вращения тела и находится от нее на расстоянии e , (рис. 3.1), то при вращении диска массой m с постоянной угловой скоростью ω возникает главный вектор сил инерции $\bar{R}^{\text{ин}} = me\omega^2$, приведенный к началу координат O . Он вызывает динамические реакции опор \bar{N}_1 и \bar{N}_2 . Сила $\bar{R}^{\text{ин}}$ является неуравновешенной силой инерции и ее принято называть статической неуравновешенностью, а прямо влияющие на ее величину параметры: e , me или mge (где $g = 9,81$ м/с² – ускорение силы тяжести) можно считать мерами статической неуравновешенности тела. В технической литературе чаще всего используется последний вариант

$$\Delta_c = mge, \quad (3.1)$$

который имеет название **статический дисбаланс**. При этом значение e иногда называют линейным дисбалансом.

Возможен случай, когда диск насажен так, что его центр лежит на оси вращения Oz , а ГЦОИ отклонена от нее на угол α (рис. 3.2.).

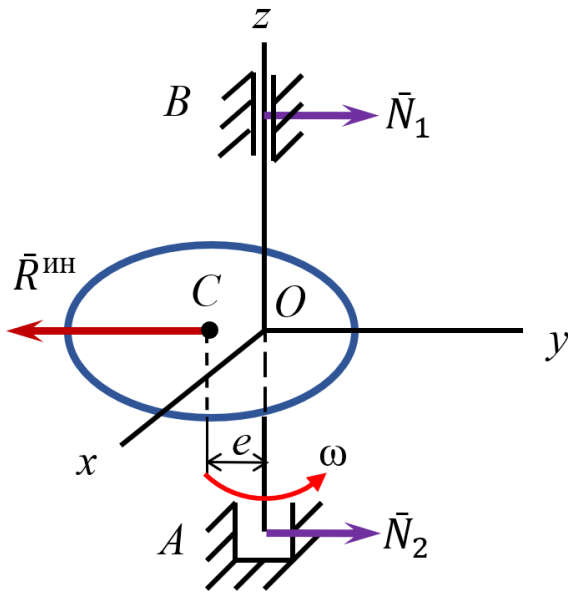


Рис. 3.1. Тонкий однородный круговой диск со статическим дисбалансом

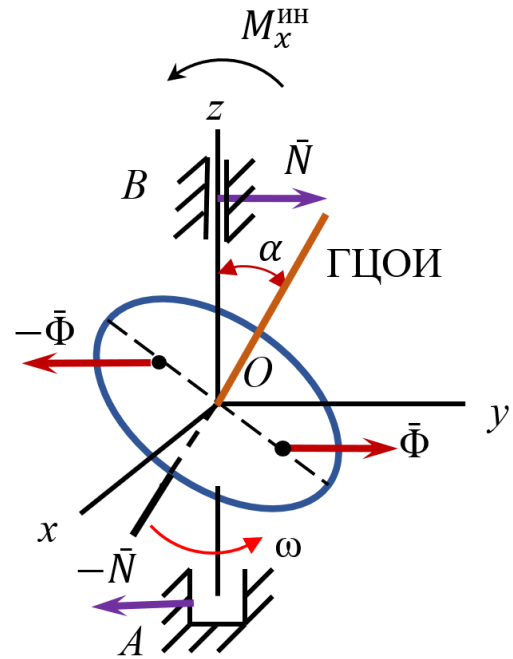


Рис. 3.2. Тонкий однородный круговой диск с динамическим дисбалансом

В этом случае рассматривают две половины диска, разделенные осью Ox , перпендикулярной оси вращения. Равнодействующие сил инерции $\bar{\Phi}$ и $-\bar{\Phi}$ каждой половины равны друг другу по величине, противоположны по направлению и разнесены вдоль оси вращения на некоторое расстояние, т. е. образуют пару сил.

Момент этой пары – главный момент сил инерции $M_x^{\text{ин}}$ является неуравновешенным моментом и вызывает динамические реакции опор \bar{N} и $-\bar{N}$, также образующие пару сил. Момент $M_x^{\text{ин}}$ принято называть **динамической неуравновешенностью**. Можно показать, что при $\omega = \text{const}$

$$M_x^{\text{ин}} = J_{yz} \cdot \omega^2, \quad (3.2)$$

а порождающие ее параметры α и J_{yz} можно принять в качестве меры динамической неуравновешенности.

В технической литературе используется связанная с этими параметрами величина

$$\Delta_d = g \frac{J_{yz}}{e}, \quad (3.3)$$

которая называется **динамический дисбаланс**. При этом угол α иногда называют угловым дисбалансом. Размер e назначается конструктивно (это может быть расстояние между опорами ротора, плоскостями крепления балансировочных грузов и другое). Такой выбор меры динамической неуравновешенности обусловлен удобством сравнения влияния на динамику ротора двух видов неуравновешенности, так как величины статического (3.1) и динамического (3.3) дисбалансов имеют одинаковую размерность $\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$.

Пусть изображенные на рис. 3.1 и 3.2 тонкие однородные круговые диски имеют равные массы $m = 3,27$ кг и радиусы $r = 0,2$ м.

Расстояния $AO = 0,5$ м, $OB = 0,3$ м, $e = 0,1$ мм = 10^{-4} м и угол $\alpha = 0,02$ рад. Диски вращаются равномерно с угловой скоростью, соответствующей $n = 30000$ об/мин.

Тогда путем несложных вычислений можно показать, что $\Delta_c \approx 0,00321$ $\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$, $R^{\text{ин}} = 3224$ Н, $N_1 = 2015$ Н, $N_2 = 1209$ Н и $\Delta_d \approx 0,00802$ $\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$, $M_x^{\text{ин}} = 6448$ Н·м, $N = 8060$ Н. Здесь при вычислении значения динамического дисбаланса Δ_d по формуле (3.3) принято $l = AB = 0,8$ м.

Если диск не имеет линейного и углового дисбалансов, то динамические реакции равны нулю и диск является уравновешенным. Тело произвольной формы также может оказаться уравновешенным. При изготовлении любого ротора из-за случайных неоднородностей материалов и погрешностей обработки при выполнении геометрических размеров, изготовленный ротор обязательно оказывается неуравновешенным.

Эквивалентный дисбаланс

Неуравновешенный ротор с произвольным дисбалансом вызывает все возможные динамические реакции опор $\bar{X}_A, \bar{Y}_A, \bar{X}_B, \bar{Y}_B$, показанные на рис. 3.3. В направлении оси Az динамическая реакция равна нулю, т. к. силы инерции всех частиц ротора лежат в

плоскостях вращения частиц, т. е. перпендикулярны оси вращения.

Такой ротор заменяют эквивалентной схемой, включающей в себя:

– уравновешенный ротор с теми же геометрическими размерами, массой, осевыми моментами инерции и центром масс, лежащим на оси Az ;

– две точечные массы m_1 и m_2 , закрепленные на роторе, расположенные в плоскостях Π_1 , Π_2 , перпендикулярных оси Az и имеющие координаты $m_1(r_1, \alpha_1, z_1)$, $m_2(r_2, \alpha_2, z_2)$ во вращающейся вместе с ротором системе координат $Axyz$.

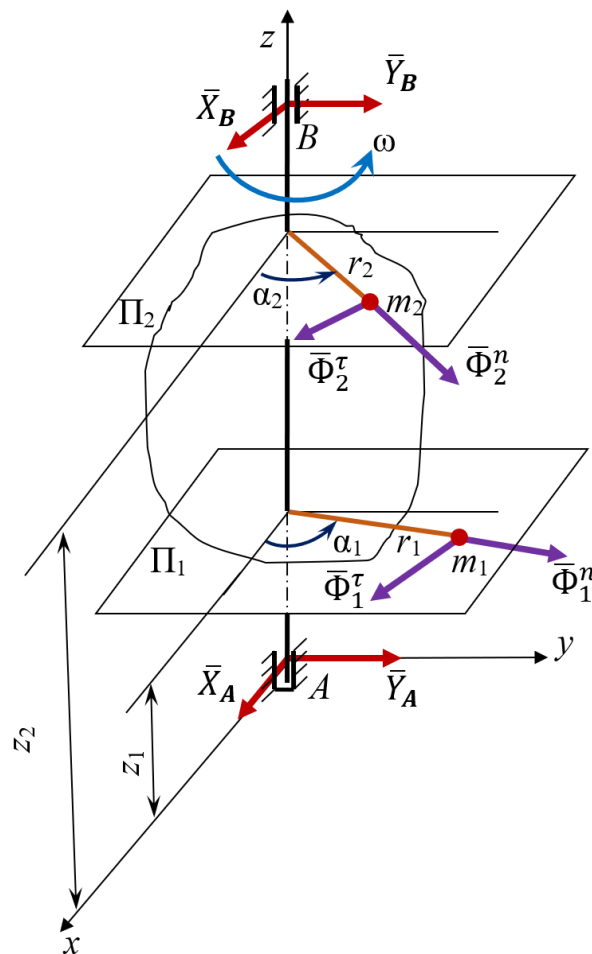


Рис. 3.3. Неуравновешенный ротор с произвольным дисбалансом

Эти массы имитируют дисбаланс реального ротора и называются **эквивалентным дисбалансом** ротора.

Критерием эквивалентности является одинаковость динамических реакций опор реального ротора и его эквивалентной схемы.

При его вращении на каждой массе возникает тангенциальная $(\bar{\Phi}_1^\tau, \bar{\Phi}_2^\tau)$ и нормальная $(\bar{\Phi}_1^n, \bar{\Phi}_2^n)$ силы инерции:

$$\begin{aligned} \Phi_1^\tau &= m_1 \varepsilon r_1, & \Phi_1^n &= m_1 \omega^2 r_1, \\ \Phi_2^\tau &= m_2 \varepsilon r_2, & \Phi_2^n &= m_2 \omega^2 r_2. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Таким образом, условия эквивалентности имеют вид уравнений равновесия

$$\left\{ \begin{aligned} x: X_A + X_B + \Phi_1^n \cos \alpha_1 + \Phi_2^n \cos \alpha_2 + \Phi_1^\tau \sin \alpha_1 + \Phi_2^\tau \sin \alpha_2 &= 0, \\ y: Y_A + Y_B + \Phi_1^n \sin \alpha_1 + \Phi_2^n \sin \alpha_2 - \Phi_1^\tau \cos \alpha_1 - \Phi_2^\tau \cos \alpha_2 &= 0, \\ m_x: -Y_B \cdot AB - \Phi_1^n \sin \alpha_1 \cdot z_1 - \Phi_2^n \sin \alpha_2 \cdot z_2 + & \\ \quad + \Phi_1^\tau \cos \alpha_1 \cdot z_1 + \Phi_2^\tau \cos \alpha_2 \cdot z_2 &= 0, \\ m_y: X_B \cdot AB + \Phi_1^n \cos \alpha_1 \cdot z_1 + \Phi_2^n \cos \alpha_2 \cdot z_2 + & \\ \quad + \Phi_1^\tau \sin \alpha_1 \cdot z_1 + \Phi_2^\tau \sin \alpha_2 \cdot z_2 &= 0. \end{aligned} \right. \quad (3.5)$$

Динамическое уравновешивание ротора

Чем больше величины реакций опор, тем ниже долговечность опорных подшипников. Кроме того, реакции опор вызывают вибрацию корпуса, в котором опоры закреплены и это тоже обычно считается вредным явлением. Снижение реакций опор ротора является важной научно-технической задачей, а мероприятия по ее решению являются составной частью технологии при производстве двигателей, приборов и других конструкций, содержащих роторы, и называются **динамическим уравновешиванием ротора**. При решении этой задачи следует иметь в виду, что статические реакции не устранимы, так как вызваны силами, присутствие которых в работающей машине является обязательным и вызвано самой конструкцией машины. Снизить и даже почти полностью устранить можно только динамические реакции.

Очевидно, что реальный ротор будет уравновешен, если к нему прикрепить две массы m_3, m_4 , равные по величине массам m_1, m_2 и расположенные в плоскостях Π_1, Π_2 диаметрально противоположно им. Однако задача динамического уравновешивания осложняется

тем, что у ротора реальной конструкции не в любом месте можно прикреплять массы m_3, m_4 . В связи с этим при конструировании ротора в его чертеж специально закладываются так называемые плоскости коррекции Π_3, Π_4 , в которых можно располагать массы m_3, m_4 , называемые **уравновешивающими массами или балансировочными грузами**.

Теперь считаем, что, во-первых, имеются четыре массы – две массы эквивалентного дисбаланса и две уравновешивающих массы и, во-вторых, после прикрепления к ротору уравновешивающих масс он уравновешен, т. е. динамические реакции стали равны нулю. Учитывая эти соображения на основании (3.5), получаем формулы, справедливые для уравновешенного ротора

$$\left\{ \begin{array}{l} x: \Phi_1^n \cos \alpha_1 + \Phi_2^n \cos \alpha_2 + \Phi_3^n \cos \alpha_3 + \Phi_4^n \cos \alpha_4 + \Phi_1^\tau \sin \alpha_1 + \\ \quad + \Phi_2^\tau \sin \alpha_2 + \Phi_3^\tau \sin \alpha_3 + \Phi_4^\tau \sin \alpha_4 = 0, \\ y: \Phi_1^n \sin \alpha_1 + \Phi_2^n \sin \alpha_2 + \Phi_3^n \sin \alpha_3 + \Phi_4^n \sin \alpha_4 - \Phi_1^\tau \cos \alpha_1 - \\ \quad - \Phi_2^\tau \cos \alpha_2 - \Phi_3^\tau \cos \alpha_3 - \Phi_4^\tau \cos \alpha_4 = 0, \\ m_x: -\Phi_1^n \sin \alpha_1 \cdot z_1 - \Phi_2^n \sin \alpha_2 \cdot z_2 - \Phi_3^n \sin \alpha_3 \cdot z_3 - \Phi_4^n \sin \alpha_4 \cdot z_4 + \\ \quad + \Phi_1^\tau \cos \alpha_1 \cdot z_1 + \Phi_2^\tau \cos \alpha_2 \cdot z_2 + \Phi_3^\tau \cos \alpha_3 \cdot z_3 + \Phi_4^\tau \cos \alpha_4 \cdot z_4 = 0, \\ m_y: \Phi_1^n \cos \alpha_1 \cdot z_1 + \Phi_2^n \cos \alpha_2 \cdot z_2 + \Phi_3^n \cos \alpha_3 \cdot z_3 + \Phi_4^n \cos \alpha_4 \cdot z_4 + \\ \quad + \Phi_1^\tau \sin \alpha_1 \cdot z_1 + \Phi_2^\tau \sin \alpha_2 \cdot z_2 + \Phi_3^\tau \sin \alpha_3 \cdot z_3 + \Phi_4^\tau \sin \alpha_4 \cdot z_4 = 0. \end{array} \right. \quad (3.6)$$

Подставляя в (3.6) формулы (3.4) для сил инерции и заменяя

$$r_k \cos \alpha_k = x_k, \quad r_k \sin \alpha_k = y_k, \quad k = 1 \dots 4, \quad (3.7)$$

Получаем систему (3.6) в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega^2(m_1 x_1 + \dots + m_4 x_4) + \varepsilon(m_1 y_1 + \dots + m_4 y_4) = 0, \\ \omega^2(m_1 y_1 + \dots + m_4 y_4) - \varepsilon(m_1 x_1 + \dots + m_4 x_4) = 0, \\ -\omega^2(m_1 y_1 z_1 + \dots + m_4 y_4 z_4) + \varepsilon(m_1 x_1 z_1 + \dots + m_4 x_4 z_4) = 0, \\ \omega^2(m_1 x_1 z_1 + \dots + m_4 x_4 z_4) + \varepsilon(m_1 y_1 z_1 + \dots + m_4 y_4 z_4) = 0. \end{array} \right. \quad (3.8)$$

Так как ротор должен оставаться уравновешенным при любых ω и ε , то для этого следует потребовать выполнения условий

$$\begin{cases} m_1 x_1 + \dots + m_4 x_4 = 0, \\ m_1 y_1 + \dots + m_4 y_4 = 0, \\ m_1 x_1 z_1 + \dots + m_4 x_4 z_4 = 0, \\ m_1 y_1 z_1 + \dots + m_4 y_4 z_4 = 0. \end{cases} \quad (3.9)$$

Система (3.9) вместе с формулами (3.6) позволяет при измеренном или заданном дисбалансе $m_1(r_1, \alpha_1, z_1)$, $m_2(r_2, \alpha_2, z_2)$, заданных массах балансировочных грузов m_3 , m_4 и положении плоскостей коррекции z_3 , z_4 определить координаты точек закрепления балансировочных грузов на роторе $\alpha_3, r_3, \alpha_4, r_4$.

При выполнении технологической операции по балансировке ротора в производственных условиях используются специальные балансировочные машины (станки), на которых измеряется эквивалентный дисбаланс ротора.

Исследования динамических реакций опорных подшипников ротора

Исследуем динамические реакции опорных подшипников ротора, состоящего из однородной прямоугольной рамки с прикрепленными к ней четырьмя однородными цилиндрическими грузами, каждый из которых имеет массу m (рис. 3.4). Рамка вращается вокруг ее оси Az материальной симметрии с постоянной угловой скоростью ω . На этом рисунке: L, l – размеры, определяющие габариты рамки; l_1 и l_2 – расстояния от рамки до опор A и B , h – высота цилиндрических грузов.

На рис. 3.4 в точках рамы, где расположены центры тяжести грузов, действуют неуравновешенные центробежные силы инерции, величины которых определяются по формуле

$$\Phi = m\omega^2 l. \quad (3.10)$$

Эти силы инерции направлены в стороны, противоположные центростремительным ускорениям центров тяжести грузов. Отметим, что изображенная на рис. 3.4 система прямоугольных декартовых координат $Axuz$ неизменно связана с рамкой и вращается вместе с ней.

Суммарный момент $M_y^{ин}$ сил инерции, равен алгебраической сумме моментов двух пар сил $(\bar{\Phi}, -\bar{\Phi})$ соответственно с плечами $(2L - h)$ и (h) :

$$M_y^{ин} = \Phi(2L - h) - \Phi h = 2\Phi(L - h) = 2m\omega^2 l(L - h) \quad (3.11)$$

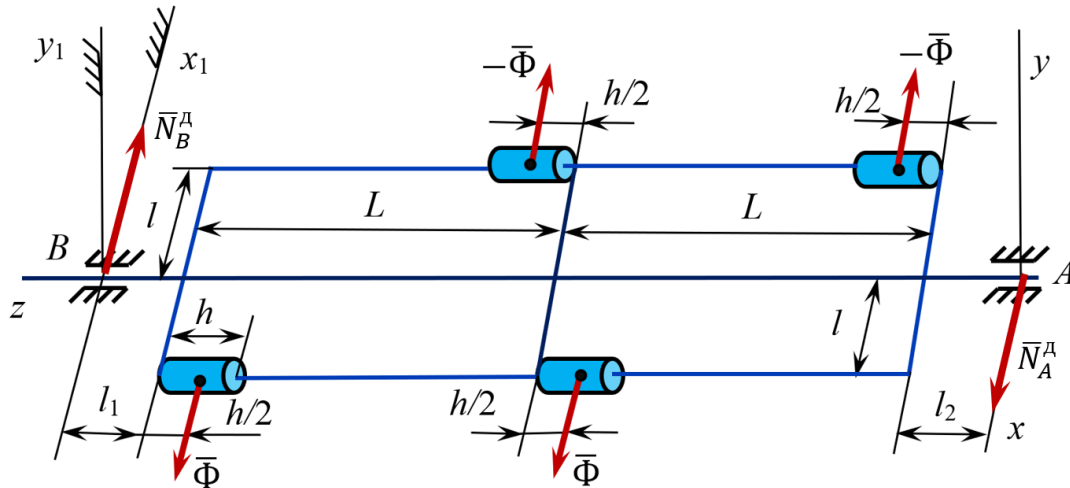


Рис. 3.4. Рамка и четыре цилиндрических груза с равными массами статически уравновешены, но динамически не уравновешены

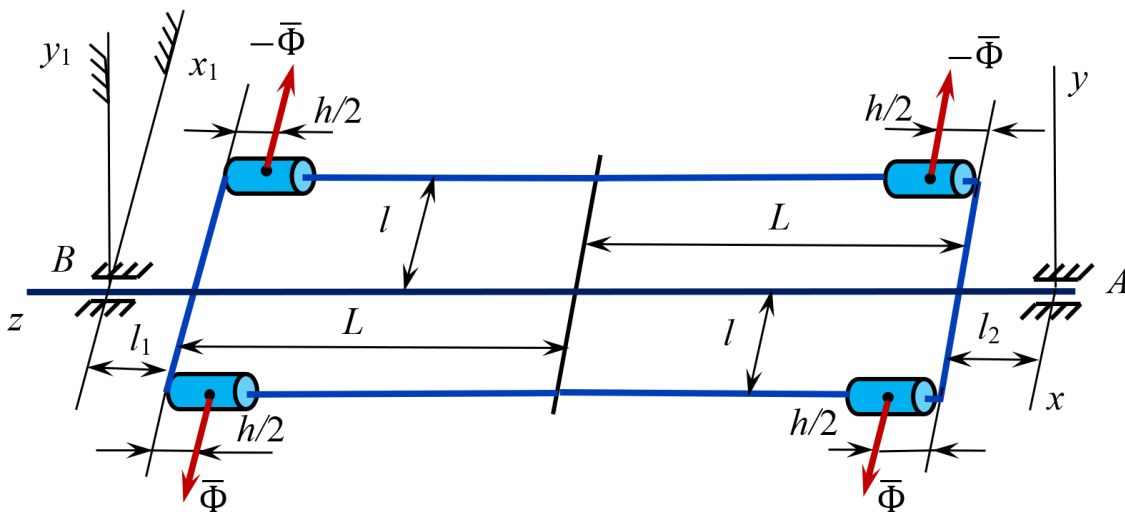


Рис. 3.5. Рамка и четыре цилиндрических груза с равными массами статически и динамически уравновешены

В свою очередь, динамические реакции опор \bar{N}_A^D и \bar{N}_B^D образуют пару сил с плечом $(2L + l_1 + l_2)$.

Очевидно, что для схемы на рис. 3.4

$$N_A^D = N_B^D = \frac{M_y^{ин}}{2L + l_1 + l_2} = \frac{2m\omega^2 l(L - h)}{2L + l_1 + l_2}. \quad (3.12)$$

Если все четыре цилиндрических груза расположены на рамке симметрично относительно оси вращения Az , как это показано на рис. 3.5, то в этом случае имеют место статическая и динамическая уравновешенности и $\bar{N}_A^D = \bar{N}_B^D = 0$.

В другом случае, когда по одну сторону от оси вращения остается, например, только один цилиндрический груз (рис. 3.6), то имеет место статическая и динамическая неуравновешенности.

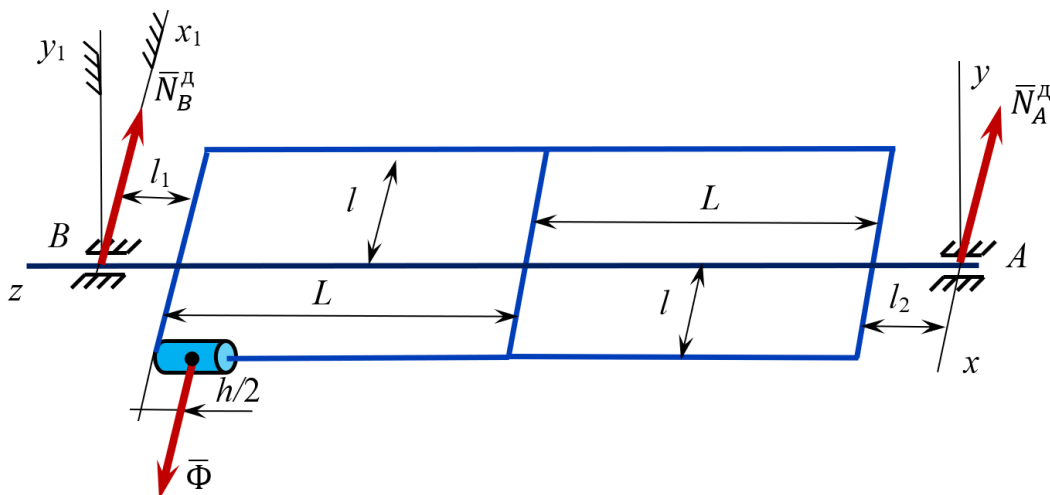


Рис. 3.6. Рамка и один цилиндрический груз статически и динамически не уравновешены

Из этого рисунка видно, что сила инерции $\bar{\Phi}$ создает относительно оси Ay момент

$$M_y^{\text{ин}} = \Phi(2L + l_2 - h/2) = m\omega^2 l(2L + l_2 - h/2), \quad (3.13)$$

который уравновешивается моментом динамической реакции \bar{N}_B^D :

$$N_B^D(2L + l_1 + l_2) = M_y^{\text{ин}}.$$

Следовательно,

$$N_B^D = \frac{M_y^{\text{ин}}}{2L + l_1 + l_2} = m\omega^2 l \frac{2L + l_2 - h/2}{2L + l_1 + l_2}. \quad (3.14)$$

Тогда из уравнения условного равновесия, например, в виде суммы проекций всех сил на ось Ax получается

$$N_A^D = \Phi - N_B^D = m\omega^2 l - m\omega^2 l \frac{2L + l_2 - h/2}{2L + l_1 + l_2} = m\omega^2 l \frac{l_1 + h/2}{2L + l_1 + l_2}. \quad (3.15)$$

4. Оборудование

4.1. Автоматизированный комплекс для изучения динамических реакций ТМл 06М.

4.2. Блок электромеханический.

4.3. Блок управления.

5. Устройство и принцип работы установки

5.1. Схема автоматизированного комплекса изображена на рис. 3.7. Комплекс выполнен в настольном варианте и включает в себя: блок электромеханический I, блок управления II и ПЭВМ.

Блок электромеханический состоит из основания 1 с регулируемыми опорами 2 по уровню 3; стойки левой 4 с узлом измерения линейных перемещений 5, выполненным в виде индуктивного датчика линейных перемещений конца рамки в горизонтальной плоскости.

Положение левого конца рамки 6 регулируется натяжением пружин 7. Крепление правого конца вращающейся рамки с опорой 8 позволяет ее поворот на небольшой угол в горизонтальной плоскости. Рамка состоит из центрального вала, двух стержней 9 и трех рычагов 10. На стержнях винтами фиксируются съемные грузы 11, а на центральном валу стопорными винтами фиксируются две втулки 12 для крепления сменных пластин различной конфигурации. На правом конце центрального вала рамки закреплен шкив 13, связанный ременной передачей с ведущим шкивом 14, жестко сидящим на валу электродвигателя 15. На кронштейне стойки 8 установлен оптоэлектрический датчик 16 числа оборотов рамки.

Управление электроприводом установки для изменения частоты вращения рамки осуществляется с блока управления II.

5.2. Принцип работы установки основан на явлении возникновения горизонтальных колебаний вращающейся рамки с грузами под действием неуравновешенных центробежных сил инерции.

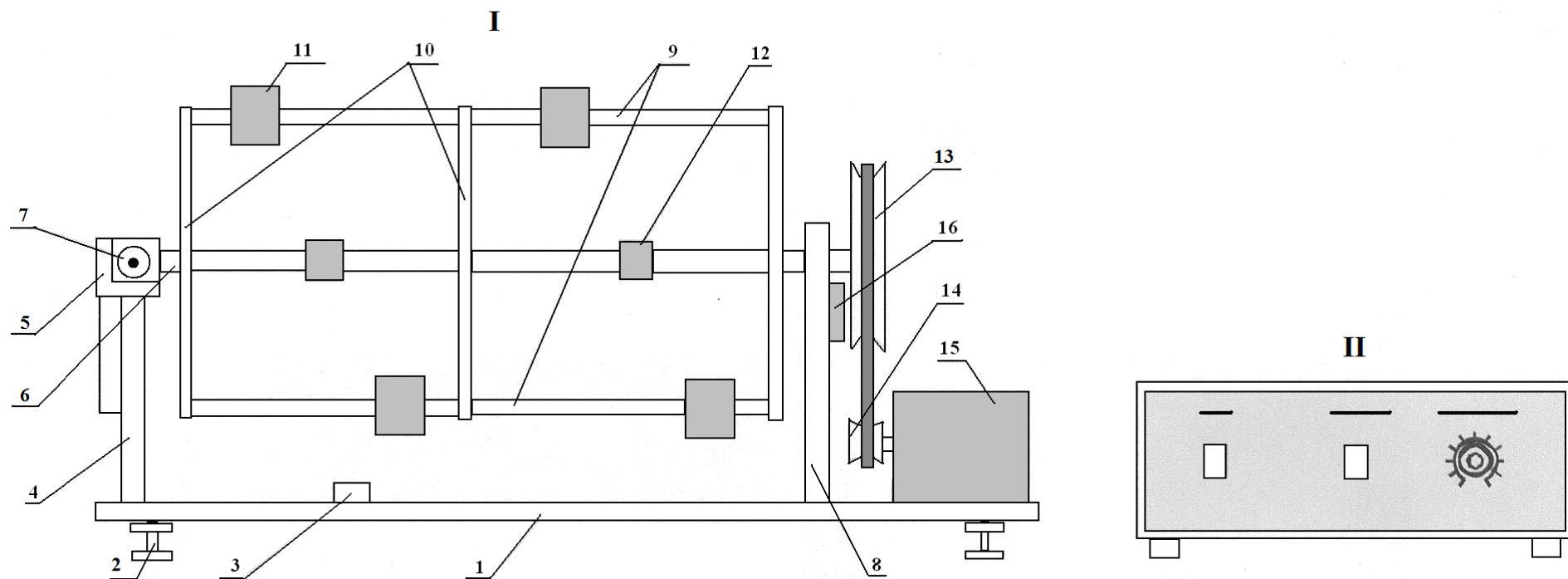


Рис. 3.7. Схема автоматизированного комплекса ТМл 06М для изучения динамических реакций:
 1 – основание; 2 – регулируемые опоры; 3 – уровень; 4 – стойка левая; 5 – узел измерения линейных перемещений;
 6 – рамка; 7 – пружины; 8 – опора правая; 9 – стержни; 10 – рычаги; 11 – съемные грузы; 12 – втулки; 13 – шкив;
 14 – ведущий шкив; 15 – электродвигатель; 16 – оптоэлектрический датчик числа оборотов рамки

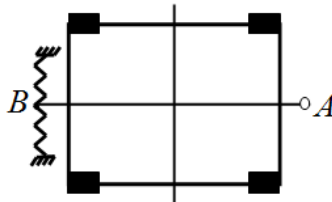
6. Подготовка и порядок выполнения лабораторной работы

6.1. Расположить установку на ровной горизонтальной поверхности стола и отрегулировать по уровню с помощью опор положение основания установки в горизонтальной плоскости. Зафиксировать опоры контргайками.

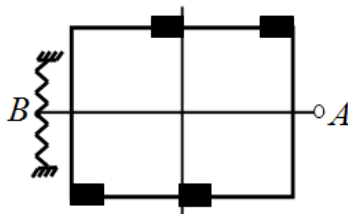
6.2. Запустить на компьютере прилагаемое программное обеспечение, проверить соединение электромеханического блока с блоком управления и ПЭВМ соответствующими кабелями, а также шнур электропитания блока управления, подключенного к сети 220В 50 Гц.

6.3. Нажать кнопку «СЕТЬ» на задней панели блока управления. Если загорается индикаторная лампа, то это означает: установка готова к работе.

6.4. Расположить четыре груза симметрично на стержнях рамки, как это показано на схеме (см. также рис. 3.5), привести рамку во вращение включением электродвигателя с блока управления нажатием соответствующей кнопки. Контроль частоты вращения рамки вести по цифровому табло на передней панели блока управления. Убедиться в том, что рамка с грузами вращается плавно, левая опора *B* не перемещается. Рамка с грузами статически и динамически уравновешена. Динамические реакции в опорах *A* и *B* равны нулю.



6.5. Установить грузы несимметрично, как показано на схеме, то есть два груза на одном стержне сдвинуть вправо, а на другом – влево (см. также рис. 3.4).



Убедиться в том, что рамка с грузами начинает «бить», левая опора *B* совершает колебательные движения в горизонтальной плоскости.

Конструктивно опора B рамки прикреплена к двум пружинам (рис. 3.8) и может совершать движения по направляющим вдоль неподвижной оси Bx_1 .

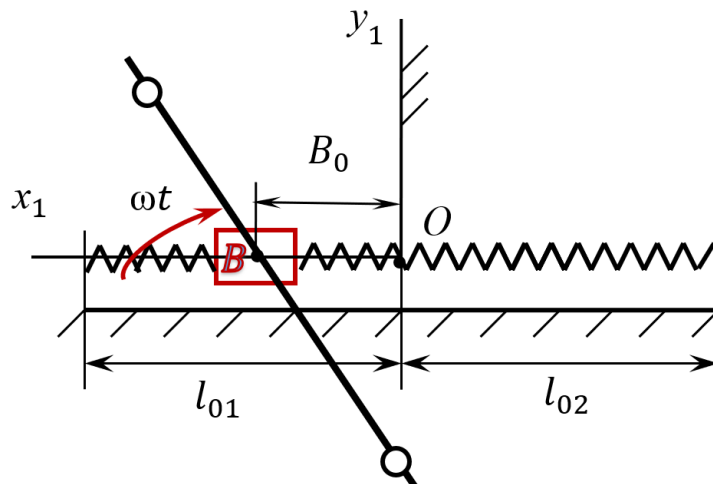


Рис. 3.8. Схема крепления опоры B

Очевидно, что движения опоры B происходят под действием горизонтальной составляющей силы N_{Bx_1} реакции опоры N_B :

$$N_{Bx_1} = m\omega^2 \frac{2l(L-h)}{2L+l_1+l_2} \cos(\omega t). \quad (3.16)$$

Здесь $\omega = 2\pi f$ – угловая скорость рамки, f – частота ее вращения, индицируемая на цифровом табло передней части блока управления. Следует подчеркнуть, что из-за движения опоры B вдоль неподвижной оси Bx_1 рамка с грузами кроме вращения вокруг оси Az , совершает переносное вращение вокруг неподвижной оси Ay_1 , перпендикулярную плоскости, и проходящей через точку A и неподвижную горизонтальную ось Bx_1 . В настоящем практикуме силами инерции, обусловленными последним вращением рамки с грузами, пренебрегается. Также не учитывается влияние силы трения скольжения при движении опоры B .

Таким образом, амплитуду B_0 колебательных движений опоры B можно считать прямо пропорциональной наибольшей величине динамической реакции:

$$B_0 = N_B^d / c, \quad (3.17)$$

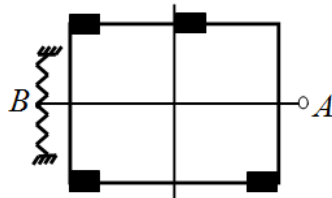
где $c = 860$ Н/м – суммарный коэффициент упругости пружин.

Привести рамку с грузами во вращение и построить экспериментальный график зависимости амплитуды колебательных движений опоры B от круговой частоты вращения ω , варьируя частоту $f = 1; 1,5; 2; 2,5; 3$ Гц. Далее построить такой же, но теоретический график, используя равенства (3.12) и (3.17).

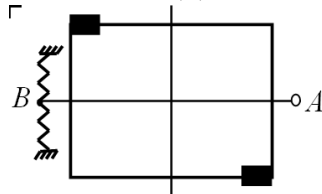
Расчеты проводить при следующих значениях основных параметров: $m = 0,55$ кг, $l = 0,108$ м, $l_1 = 0,02$ м, $l_2 = 0,018$ м, $h = 0,038$ м, $L = 0,174$ м.

Сравнить экспериментальный и теоретический графики $B_0(\omega)$.

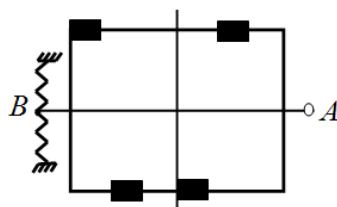
6.6. Установить грузы, как показано на схеме. Так же, как в предыдущем пункте построить экспериментальный и теоретический графики $B_0(\omega)$. Для построения теоретического графика, требуется вывести для данной схемы равенство для расчета динамических реакций в опоре B .



6.7. Повторить действия п. 6.6 для схемы с двумя грузами.



6.8. Установить на рамке грузы, как показано на схеме. Выполнить предварительно расчет и определить значение динамических реакции в опорах A и B . Затем сопоставить результат с экспериментом.



6.9. Другие варианты размещения грузов (на рис. 3.9) выполнять по согласованию с преподавателем.

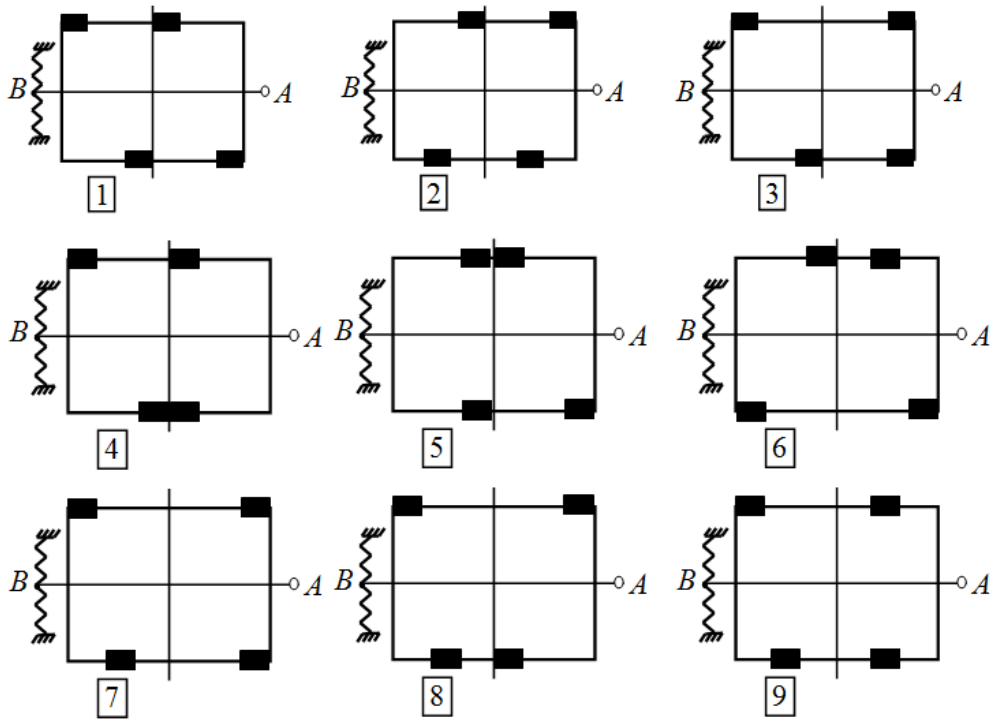


Рис. 3.9. Схемы размещения грузов на рамке

7. Содержание и оформление отчета

7.1. Название работы

7.2. Цель работы.

7.3. Расчеты, таблицы и графики.

7.4. Вывод о соответствии теории и наблюдаемых экспериментальных фактов.

Контрольные вопросы

1. Приведите примеры роторов.
2. Какие реакции опор ротора называются статическими, а какие динамическими?
3. Что называется главной центральной осью инерции ротора?
4. Что называется статической неуравновешенностью ротора?
5. Как называется мера статической неуравновешенности ротора?
6. Что называется динамической неуравновешенностью?
7. Как называется мера динамической неуравновешенности?
8. Приведите условия статической и динамической уравновешенностей ротора.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

СТАТИЧЕСКОЕ УРАВНОВЕШИВАНИЕ РОТОРОВ

1. Цель лабораторной работы:

1.1. Ознакомление с задачей статического уравновешивания роторов, основными теоретическими положениями и понятиями.

1.2. Проведение эксперимента по статическому уравновешиванию ротора.

2. Задачи лабораторной работы

2.1. Приобретение практических навыков работы с лабораторной установкой по статическому уравновешиванию ротора.

2.2. Владение методиками экспериментального исследования и обработки полученных результатов.

3. Краткие теоретические сведения

Полное динамическое уравновешивание ротора начинается с определения его статического дисбаланса и последующего статического уравновешивания.

Рассмотрим ротор, изображенный на рис. 4.1. **Масса ротора** $m_o = 5057$ г. Центр C тяжести ротора смещен от оси его вращения Oz на расстояние e . Поэтому ось Cz_1 – главная центральная ось инерции ротора. Следовательно, данный ротор статически неуравновешен.

Для статической балансировки ротора необходимо прикрепить к нему балансировочный груз массы m_A . В данном случае балансировочный груз следует расположить в верхнем конце диаметра, проведенного через точки O и C . Масса m_A балансировочного груза должна быть подобрана так, чтобы суммарный статический момент этого груза и неуравновешенного ротора относительно плоскости Oxz был равен нулю:

$$m_A \frac{D}{2} - m_o \cdot e = 0, \quad (4.1)$$

где $D = 19,5$ см – наружный диаметр ротора.

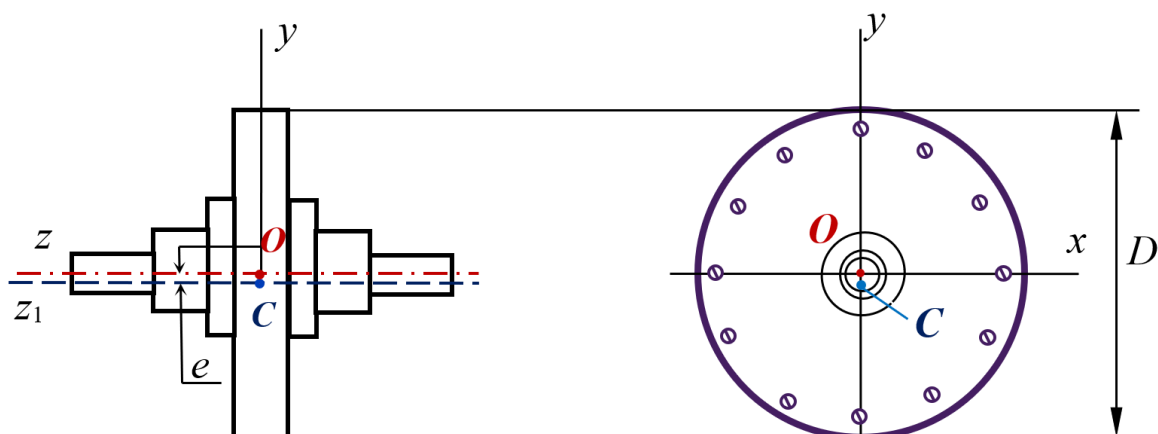


Рис. 4.1. Статическая неуравновешенность ротора:
 Oz – ось вращения ротора; Cz_1 – главная центральная ось инерции ротора;
 e – расстояние от центра тяжести ротора до его оси вращения

4. Оборудование

4.1. Установка для балансировки тел вращения ТМ_Т 05М

4.2. Комплект принадлежностей: брусковый уровень, дробь, пластилин.

5. Устройство и принцип работы установки

5.1. Схема установки для статической балансировки тел вращения ТМ_Т05М изображена на рис. 4.2.

Установка выполнена в настольном исполнении и состоит из основания 1 с двумя призмами 2, регулируемым по высоте винтами 3. Горизонтальное положение граней призм регулируется брусковым уровнем из комплекта инструментов и принадлежностей. По направляющим граням призм может катиться ротор 4 (рис. 4.2).

5.2. Принцип работы установки основан на качении ротора из-за действия его силы тяжести при наличии статического дисбаланса. Статический дисбаланс ротора создается добавлением к его массе дроби, которая может насыпаться в любое из 12 отверстий, закрытых винтами 5. Ротор остановится, когда его центр тяжести займет наинизшее положение на вертикальной диаметральной прямой.

Для статической балансировки ротора необходимо в точке его обода, совпадающей с противоположным концом диаметра, проведенного через центр тяжести, прикрепить пластилин в количестве, обеспечивающем равновесие ротора на гранях призм.

К работе с установкой допускаются только студенты, ознакомленные с ее устройством, принципом действия и порядком проведения лабораторной работы.

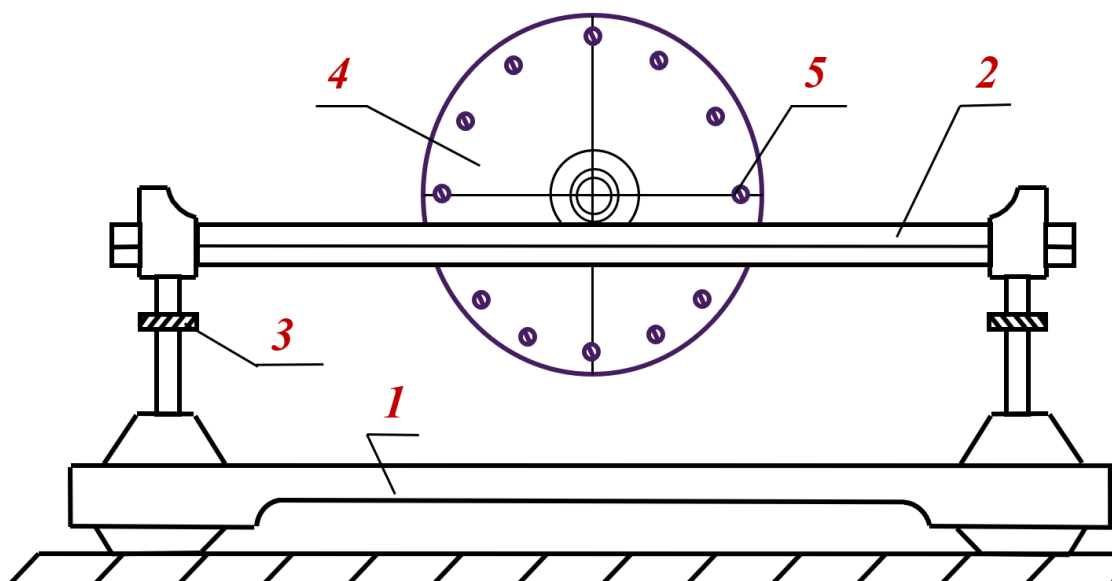


Рис. 4.2. Схема установки для балансировки тел вращения ТМТ05М:
1 – основание; 2 – призмы; 3 – регулировочные винты;
4 – ротор; 5 – винты ротора

6. Подготовка и порядок проведения лабораторной работы

6.1. Расположить установку на горизонтальной плоскости стола.

6.2. Отрегулировать с помощью уровня горизонтальное расположение граней призмы.

6.3. Предварительно проверить все отверстия, в них не должно быть дробей.

6.4. Поместить ось ротора на горизонтальные призмы и в положении равновесия отметить его верхнюю точку на вертикальной диаметральной прямой. Повернуть ротор на 90° вокруг оси и снова отметить верхнюю точку ротора. Затем, повернув ротор в противоположную сторону на 90° , еще раз отметить его верхнюю точку. Все три отметки или совпадут, или будут расположены очень близко.

6.5. Затем насыпать дробь в близкое к отметке отверстие ротора и закрыть винтом 5.

6.6. Внести значения **массы m ротора с дробью** и наружного диаметра D в табл. 4.1.

6.7. Затем повторить п. 6.4.

6.8. Прикрепить к верхней отмеченной точке ротора кусочек пластилина такой массы, чтобы повернутый на любой угол вокруг своей оси ротор находился в покое. Это означает, что ротор статически уравновешен.

6.9. Взвесить снятый с ротора пластилин и записать значение его массы m_A .

6.10. Вычислить расстояние e от центра тяжести ротора до его оси вращения по формуле

$$e = \frac{m_A}{m} \cdot \frac{D}{2}, \quad (4.2)$$

полученной из условия равенства нулю статического момента уравновешенного ротора относительно плоскости Oxz .

6.11. Вычислить величину статического дисбаланса $\Delta_c = mge$.

6.12. Все измеренные и вычисленные величины занести в табл. 4.1.

6.13. Мероприятия, определенные пп. 6.3–6.13, выполнить еще три раза для различного количества насыпаемой дроби.

Таблица 4.1

Результаты расчетов

№ п/п	m , г	m_A , г	D , см	e , см	Δ_c , кгм ² с ⁻²
1					
2					
3					
4					

7. Содержание и оформление отчета

7.1. Название работы.

7.2. Цель работы.

7.3. Краткие теоретические сведения.

7.4. Заполненные таблицы и графики.

7.5. Выводы по работе.

Контрольные вопросы

1. Приведите пример известных вам роторов в технике.
2. Какие составляющие реакций опор называются статическими?
3. Какие составляющие реакции опор называются динамическими?
4. Какие реакции опор называются полными?
5. Что называется статическим дисбалансом?
6. Что называется динамическим дисбалансом?
7. В каком случае динамические реакции равны нулю?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

СТАТИЧЕСКОЕ И ДИНАМИЧЕСКОЕ УРАВНОВЕШИВАНИЕ РОТОРОВ

1. Цель лабораторной работы:

1.1. Ознакомление с задачей уравнивания роторов, основными понятиями и теоретическими положениями для ее решения.

1.2. Экспериментальная проверка теории.

2. Задачи лабораторной работы

2.1. Приобретение практических навыков работы с лабораторной установкой по статическому и динамическому уравниванию роторов.

2.2. Овладение методиками экспериментального исследования и обработки полученных результатов.

3. Теоретические основы динамического уравнивания роторов

Основные положения теории динамического уравнивания роторов приведены в пп. 3.1–3.4 к лабораторной работе № 3 «Исследование динамических реакций опорных подшипников вращающегося тела».

4. Оборудование

4.1. Установка для уравнивания вращающихся масс ТММ-35.

4.2. Комплект принадлежностей: балансировочные грузы массами 40, 50, 60 и 70 г.

5. Устройство и принцип работы установки

Схема установки для уравнивания вращающихся масс ТММ-35 изображена на рис. 5.1. Установка выполнена в настольном варианте и включает в себя: ротор, фрикционный привод и основание со стойками *A* и *B*.

Ротор представляет собой вал 2, на который жестко посажен фрикционный диск 3 и свободно посажены пять алюминиевых дисков 4 на расстоянии 80 мм друг от друга. В осевом направлении диски ограничиваются кольцами 5, жестко закрепленными на валу.

Кольца градуированы по образующей через один градус, а ступица дисков имеет риску, позволяющую установить каждый диск под необходимым углом (относительно оси вращения φ от 0° до 360°). Фиксация дисков осуществляется винтами 6. Диски имеют по два сквозных паза, расположенные под углом 180° .

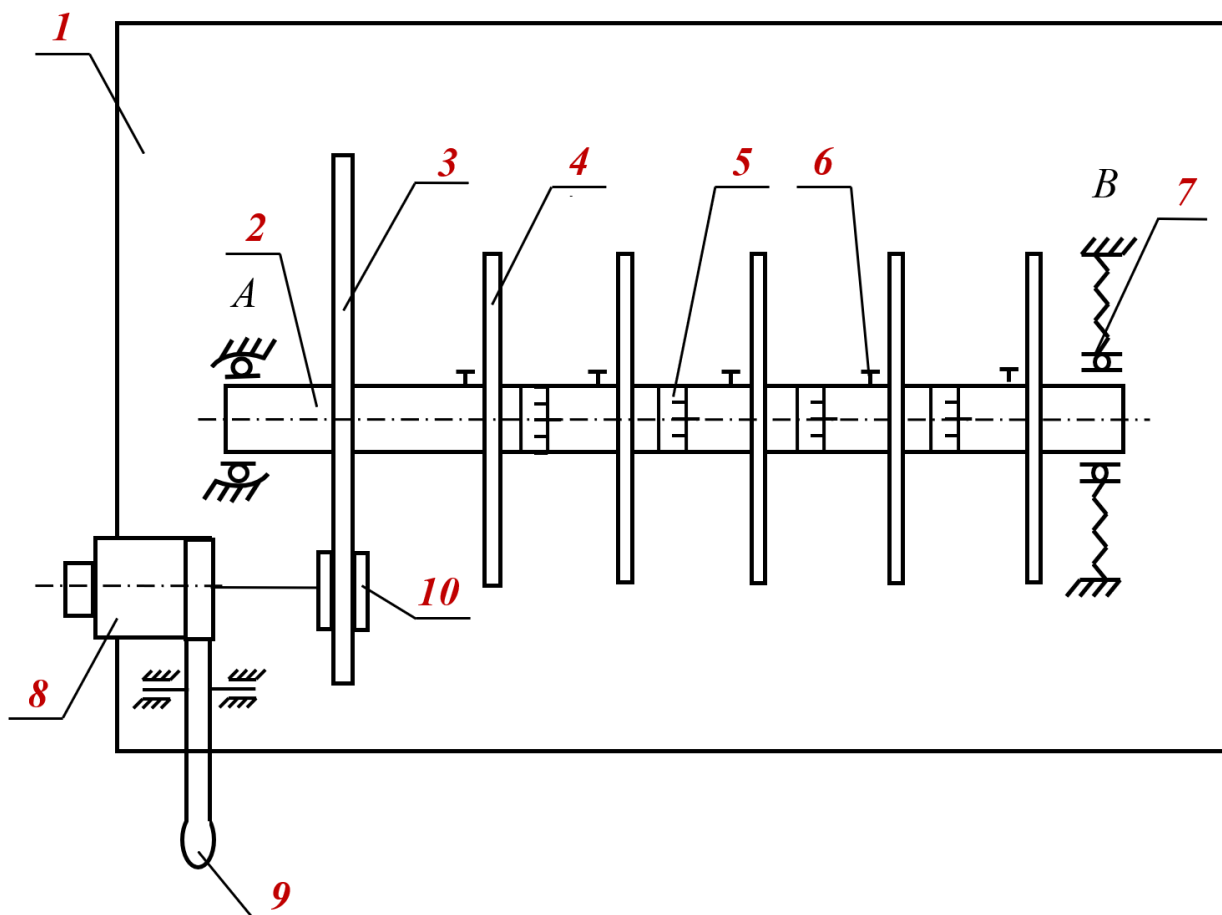


Рис. 5.1. Схема установки (вид сверху) для уравнивания вращающихся масс ТММ-35:

- 1 – основание с опорами А и В; 2 – вал; 3 – фрикционный диск;
 4 – диск; 5 – кольцо; 6 – винт; 7 – каретка;
 8 – электродвигатель; 9 – рычаг; 10 – шкив

На каждом диске, рядом с пазом для крепления грузов, привернута шкала, позволяющая установить груз на необходимом расстоянии от оси вращения вала, **радиус крепления грузов от 40 (39) мм до 90 мм**. Вал с дисками смонтирован на двух стойках А и В. Левый конец вала закреплен в сферическом шарикоподшипнике, позволяющем валу, кроме вращательного движения, осуществлять поворот в горизонтальной плоскости;

правый конец B вала закреплен в радиальном шарикоподшипнике каретки 7.

Вращение ротора осуществляется от электродвигателя 8 посредством фрикционной передачи. Электродвигатель смонтирован у левой стойки A на качающемся рычаге 9. Под рычагом установлена пусковая кнопка двойного действия. Нажатием на рукоятку рычага вниз шкив 10 прижимается к фрикционному диску и включается электродвигатель, разгоняющий ротор. При освобождении рукоятки, под действием силы тяжести электродвигателя, фрикцион отжимается и электродвигатель выключается.

Установка снабжена комплектом грузов массами **40, 50, 60 и 70 г**, служащих для создания дисбаланса и для уравнивания.

Принцип действия установки основан на явлении возникновения горизонтальных колебаний ротора под действием неуравновешенных центробежных сил инерции.

6. Подготовка и порядок выполнения лабораторной работы

6.1. Расположить установку на ровной горизонтальной плоскости стола и подключить установку к электрической сети.

Без преподавателя установку не включать.

ВНИМАНИЕ! *При вращении дисков находиться в плоскости вращения грузов запрещается.*

6.2. Проверить статическую уравновешенность ротора без грузов, придавая ему несколько угловых положений (2–3) через 90° и убеждаясь в отсутствии самопроизвольной прокрутки из положения покоя.

6.3. Проверить динамическую уравновешенность ротора без грузов путем его раскрутки электромотором и наблюдения за колебаниями свободного конца оси ротора.

6.4. Выбрать систему координат $Oxyz$ привязанную к ротору, причем начало – т. O совместить с центром подшипника на закрепленном конце ротора, ось Oz направить в сторону свободного конца, а Ox вертикально вверх.

6.5. Закрепить на роторе систему двух грузов № 1 и № 2 с эквивалентным дисбалансом $m_1(\alpha_1, r_1, z_1)$, $m_2(\alpha_2, r_2, z_2)$ по заданию преподавателя и в отчете выполнить эскиз системы «ротор-грузы» с указанием масс и координат каждого груза (рис. 5.2).

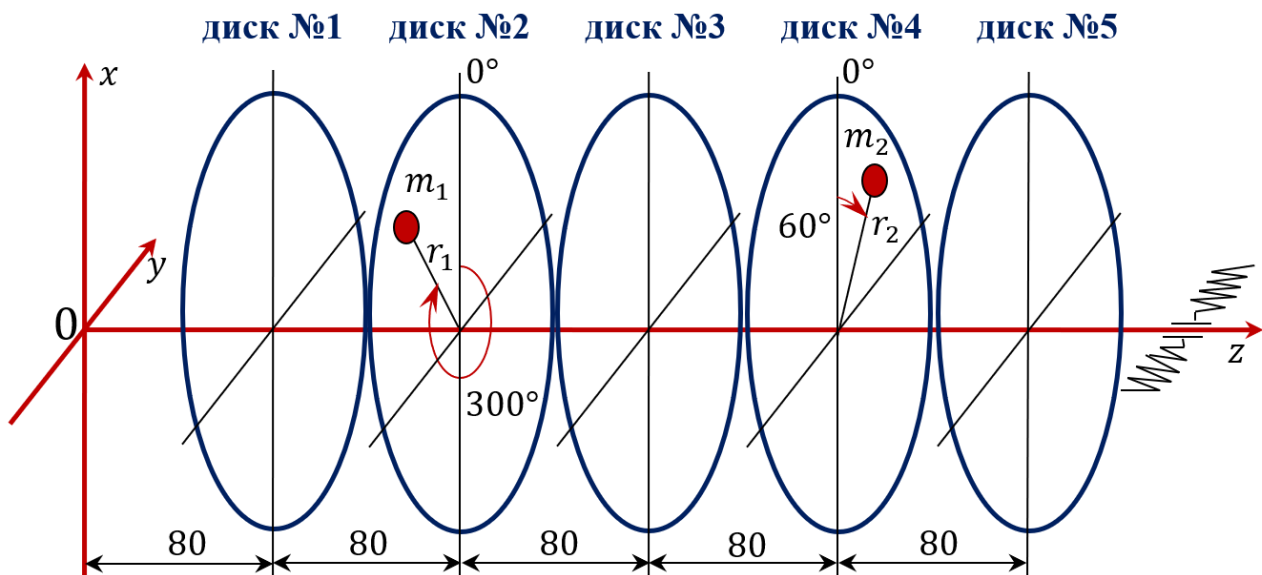


Рис. 5.2. Пример схемы расположения грузов согласно варианту

6.6. Провести статическую балансировку системы путем прикрепления к ротору третьего груза № 3, масса которого берется равной одному из возможных дискретных значений масс набора грузов, приложенного к установке, а координаты третьего груза x_3, y_3 вычисляются из уравнений статической уравновешенности:

$$m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 = 0;$$

$$m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 = 0.$$

Располагать уравновешивающий груз № 3 можно на любом свободном диске.

6.7. Проверить статическую уравновешенность системы так же, как в п. 6.2.

6.8. Привести статически уравновешенный ротор с тремя грузами во вращательное движение и убедиться по колебаниям его свободного конца в отсутствии динамической уравновешенности.

6.9. Остановить ротор, снять груз № 3, оставив на местах грузы № 1 и № 2 и раскруткой ротора повторно убедиться в отсутствии уравновешенности исходной системы «ротор-грузы».

6.10. Выбрав диски (любые свободные) для закрепления балансировочных грузов и выбрав любые массы двух уравновешивающих грузов рассчитать координаты точек

закрепления балансировочных грузов на роторе x_3, y_3, x_4, y_4 по формулам:

$$\begin{aligned} m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4 &= 0; \\ m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3 + m_4y_4 &= 0; \\ m_1x_1z_1 + m_2x_2z_2 + m_3x_3z_3 + m_4x_4z_4 &= 0; \\ m_1y_1z_1 + m_2y_2z_2 + m_3y_3z_3 + m_4y_4z_4 &= 0. \end{aligned}$$

6.11. Для двух уравновешивающих грузов по вычисленным координатам точек закрепления балансировочных грузов рассчитать углы и радиусы на дисках $\alpha_3, r_3, \alpha_4, r_4$. Данные координат, радиусов, углов и соответствующих масс для всех четырех грузов занести в табл. 5.1 и оформить их расстановку графически.

Таблица 5.1

Результаты расчета (динамическая балансировка)

1 диск	2 диск	3 диск	4 диск	5 диск
$m_n = \text{___} \Gamma$				
$x_n = \text{___} \text{мм}$				
$y_n = \text{___} \text{мм}$				
$z_n = \text{___} \text{мм}$
$r_n = \text{___} \text{мм}$				
$\alpha_n = \text{___}^\circ$				

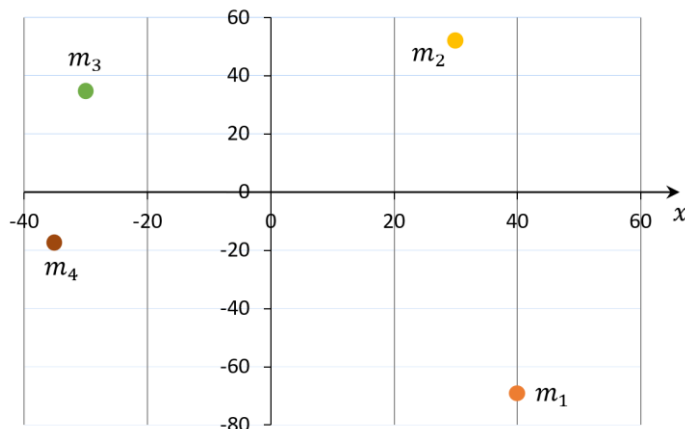


Рис. 5.3. Пример графического представления результатов расчетов динамического баланса ротора

6.12. Закрепить уравновешивающие грузы на роторе и убедиться в отсутствии статического дисбаланса (в статике) и в отсутствии динамического дисбаланса системы (по колебаниям вращающейся системы).

6.13. Отключить установку от электрической сети.

Варианты заданий

№ варианта	2 диск			3 диск			№ вариант а	2 диск			5 диск		
	m_1, Γ	$r_1, \text{мм}$	α_1	m_2, Γ	$r_2, \text{мм}$	α_2		m_1, Γ	$r_1, \text{мм}$	α_1	m_2, Γ	$r_2, \text{мм}$	α_2
1	70	80	300°	60	60	60°	14	50	80	300°	40	45	60°
2	50	60	230°	70	50	110°	15	70	80	300°	60	60	60°
3	70	50	150°	40	85	80°	16	50	60	230°	70	45	110°
4	60	70	45°	50	45	130°	17	70	50	150°	40	60	80°
5	40	85	25°	60	45	95°	18	60	70	45°	50	45	130°
6	50	55	35°	60	65	135°	19	40	75	25°	60	40	95°
7	60	65	225°	40	75	140°	20	50	55	35°	50	40	135°
8	40	75	30°	70	65	150°	21	60	65	225°	40	60	140°
9	70	47	50°	40	70	145°	22	40	75	30°	70	40	150°
10	50	65	330°	50	70	75°	23	70	47	50°	40	70	145°
11	70	80	290°	40	60	50°	24	50	65	330°	50	60	75°
12	40	60	100°	50	65	30°	25	70	80	290°	40	60	50°
13	50	70	310°	40	90	80°	26	60	85	100°	50	40	30°

7. Содержание и оформление отчета

7.1. Название работы.

7.2. Цель работы.

7.3. Задание по каждому пункту раздела «Подготовка и порядок выполнения работы» и запись результатов выполнения этого задания, в том числе эскизы и расчеты.

7.4. Вывод о соответствии теории и наблюдаемых экспериментальных фактов.

Контрольные вопросы

1. Какие реакции опор называются статическими?
2. Какие реакции опор называются динамическими?
3. Какие реакции опор называются полными?
4. Какую силу принято называть статической неуравновешенностью?
5. Какой параметр называется статическим дисбалансом?
6. Какой момент принято называть динамической неуравновешенностью?
7. Какой параметр называется динамическим дисбалансом?
8. Какое тело является уравновешенным?
9. Что называется эквивалентным дисбалансом ротора?
10. Какие плоскости называются плоскостями коррекции?
11. Какие грузы называются балансировочными?
12. Приведите условия статической и динамической неуравновешенности тела?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бутенин Н. В. Курс теоретической механики: учеб. пособие в 2-х т. М.: Лань, 2020. Т.1. 732 с.
2. Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики: учебник. М.: Ленанд, 2018. 424 с.
3. Яблонский А. А., Никифорова В. М. Курс теоретической механики. Статика. Кинематика. Динамика: учеб. пособие. М.: Кнорус, 2011. 608 с.
4. Дронг В. И., Дубинин В. В., Ильин М. М. Курс теоретической механики: учебник. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017. 584 с.